第３講　数と式，データの分析，論理と集合

【CHECK & UP】

1　次の不等式を解け．

(1)　$2(x-1)^2<3$　　　(2)　$-1<x^2-6x+7\leqq 0$

2　次の方程式・不等式を解け．ただし，a は実数とする．

(1)　$|x-a|<3$

(2)　$|3x-4|=-2(x-1)^2+7$

3　次の文中の［ア］〜［カ］にあてはまるものを，下の①〜④のうちから選べ．

(1)　$|x|=2$ であることは，$x^2-4x+4=0$ であるための［ア］．

(2)　a，b を実数とする．2 次方程式 $x^2-ax-b=0$ について，$b>0$ であることは，この方程式が正と負の実数解をもつための［イ］．

(3)　$a>2$，$b>2$ であることは，$ab>a+b$ であるための［ウ］．

(4)　実数 x，y について，$x^2=y^2$ であることは，$x^3=y^3$ であるための［エ］．

(5)　実数 x について，$2x^2-4x+1<0$ であることは，$(x-3)(x-2)(x+2)>0$ であるための［オ］．

(6)　自然数 m，n について，m と n がともに 5 の倍数であることは，$m+n$ と mn がともに 5 の倍数であるための［カ］．

①　必要十分条件である．　　　②　必要条件であるが，十分条件ではない．
③　十分条件であるが，必要条件ではない．　　④　必要条件でも十分条件でもない．

4　あるクラスの生徒 9 人に数学の小テストを行ったときの点数は以下であった．

5，9，3，10，6，5，5，4，7

(1)　9 人の点数の中央値，第 1 四分位数，第 3 四分位数，平均値を求めよ．

(2)　別の 1 人の生徒に同じ小テストを行ったところ，平均点は 6.2 点となった．この生徒の点数を求めよ．また，この生徒を含めた 10 人の生徒の中央値，第 1 四分位数，第 3 四分位数を求めよ．

(3)　(2)のとき，10 人の点数の分散を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

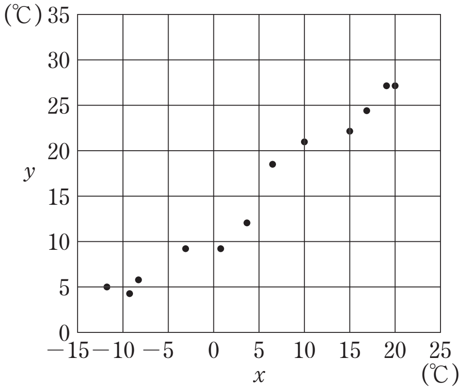
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

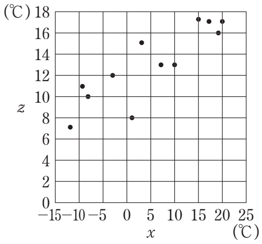
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

5　下の図は，ある都市におけるある年の月ごとの最低気温を変量 x，最高気温を変量 y（ともに小数第１位を四捨五入したもの）としたときの，変量 x と変量 y の相関図（散布図）である．また，寒暖の差（最高気温と最低気温の差）を変量 z（$z=y-x$）とする．

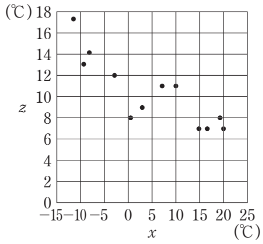


(1)　変量 x と変量 z の相関図として適切なものを下の⓪～③から１つ選べ．

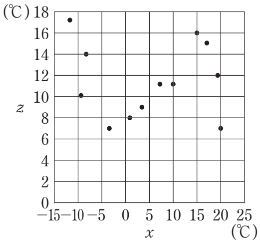
⓪



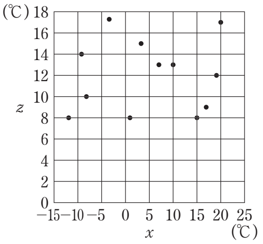
①



②



③



(2)　この都市の１月から 12 月までの最低気温 x と寒暖の差 z についての傾向として適切なものを，下の⓪～④から１つ選べ．

⓪　正の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい．

①　正の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい．

②　負の相関があり，最低気温が高い月ほど寒暖の差が大きい．

③　負の相関があり，最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きい．

④　相関関係はほとんどなく，最低気温によって寒暖の差は影響を受けない．

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 (1) 不等式 $|2x+1| \leqq 3$ の解は [アイ] $\leqq x \leqq$ [ウ] である.

以下，a を自然数とする.

(2) 不等式

$$|2x+1| \leqq a \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (\text{I})$$

の解は $\dfrac{-[\text{エ}]-a}{[\text{オ}]} \leqq x \leqq \dfrac{-[\text{エ}]+a}{[\text{オ}]}$ である.

(3) 不等式(Ⅰ)を満たす整数 x の個数を N とする．$a=3$ のとき，$N=$ [カ] である．また，a が 4，5，6，…と増加するとき，N が初めて [カ] より大きくなるのは，$a=$ [キ] のときである.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 以下，計算結果の小数表示では，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合は，指定された桁まで0を答えること．

［1］ 右の表は，10名からなるある少人数クラスをⅠ班とⅡ班に分けて，100点満点で実施した数学と英語のテストの得点をまとめたものである．ただし，表中の平均値は数学と英語のクラス全体の平均値を表している．

班	番号	数学	英語
Ⅰ	1	40	43
	2	63	55
	3	59	B
	4	35	64
	5	43	36
Ⅱ	1	A	48
	2	51	46
	3	57	71
	4	32	65
	5	34	50
平均値		45.0	C

(1) 数学の得点について，Ⅰ班の平均値は［アイ］.［ウ］点である．また，Ⅱ班の1番目の生徒の数学の得点Aは［エオ］点である．

(2) 英語の得点について，Ⅰ班の3番目の生徒の得点Bがわからないとき，クラス全体の得点の中央値をMとして［カ］通りの値があり得る．

実際は，英語の得点のクラス全体の平均値Cが54.0点であった．したがって，Bは［キク］点と定まり，中央値Mは［ケコ］.［サ］点である．

［2］ 右の資料は2科目の小テストに関する5人の生徒の得点を記録したものである．2科目の小テストの得点をそれぞれ変量x，yとする．

生徒番号	1	2	3	4	5
x	3	4	5	4	4
y	7	9	10	8	6

(1) 変量xの分散を小数で求めると，［ア］.［イ］となる．

(2) 変量yを使って新しい変量tを$t=y-$［ウ］で定めると，変量tの平均は0になる．

(3) 変量yを使って新しい変量uを$u=\dfrac{\sqrt{［エ］}}{［オ］}y$で定めると，変量$u$の分散は$x$の分散と同じになる．

(4) 変量xと変量yの相関係数をr，変量xと変量uの相関係数をr'とすると

$r^2=$［カ］.［キク］，　$(r')^2=$［ケ］.［コサ］

となる．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　次の ア ～ ウ に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．また， エ に当てはまるものを，下の④～⑦のうちから一つ選べ．

自然数 n に関する条件 p，q，r，s を次のように定める．

p：n は 5 で割ると 1 余る数である

q：n は 10 で割ると 1 余る数である

r：n は奇数である

s：n は 2 より大きい素数である

また，条件 r の否定を $\overline{r}$，条件 s の否定を $\overline{s}$ で表す．このとき

「p かつ r」は q であるための ア ．

$\overline{r}$ は $\overline{s}$ であるための イ ．

「p かつ s」は「q かつ s」であるための ウ ．

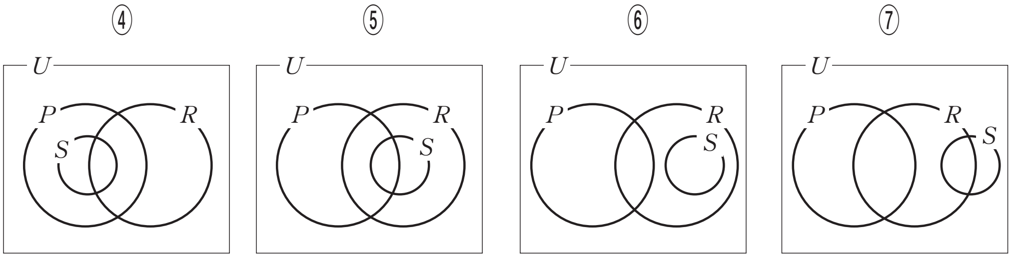
⓪　必要十分条件である

①　必要条件であるが，十分条件でない

②　十分条件であるが，必要条件でない

③　必要条件でも十分条件でもない

自然数全体の集合を全体集合 U とし，条件 p を満たす自然数全体の集合を P，条件 r を満たす自然数全体の集合を R, 条件 s を満たす自然数全体の集合を S とすると，P, R, S の関係を表す図は エ である．



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講　数と式・方程式・不等式，データの分析，論理と集合

1 (1) 等式 $|2x-3|=5$ を満たす x の値は [アイ] と [ウ] である．

(2) 不等式 $\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<\sqrt{6}$ を満たす整数 x の個数は [エ] である．

(3) n が自然数で，不等式 $\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<n$ を満たす整数 x の個数が 6 であるとき，$n=$ [オ] である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2 A組4人の選手とB組3人の選手の100m走のタイムを測定した．A組4人の選手のタイムは，それぞれ12.5，12.0，14.0，13.5（単位は秒）であった．また，B組3人の選手のタイムの平均値はちょうど14.0秒，分散はちょうど1.50であった．

以下，計算結果の小数表示では，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入し，解答せよ．途中で割り切れた場合は，指定された桁まで0を答えること．

(1) A組とB組を合わせた7人の選手のタイムを変量xとする．変量yを$y=x-14.0$としたとき，変量yの平均値は［アイ］.［ウエ］秒であり，もとの変量xの平均値は［オカ］.［キク］秒である．また，変量yの分散は［ケ］.［コサ］であり，もとの変量xの分散は［シ］.［スセ］である．

(2) B組3人の選手の中の1人のタイムは，ちょうど14.0秒であることがわかったとする．このとき，他の2人の選手のタイムは，速く走った方から順に，［ソタ］.［チ］秒と［ツテ］.［ト］秒である．

さらにB組3人の選手の体重が，速く走った選手から順に，57.0，54.0，60.0（単位はkg）であるとき，3人の体重の平均が57.0kgであることから，選手の体重と100m走のタイムの相関係数は［ナ］.［ニヌ］となる．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

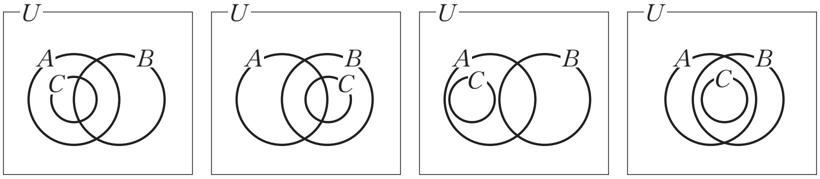
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　1から100までのすべての自然数の集合を全体集合 U とし，その部分集合 A，B，C を次のように定義する．

$A=\{x|x$ は偶数$\}$　　$B=\{x|x$ は3の倍数$\}$　　$C=\{x|x$ は4の倍数$\}$

(1)　A，B，C の関係を表す図は，次の⓪～③のうち **ア** である．

⓪　①　②　④



(2)　C の補集合を $\overline{C}$ で表す．また，x が集合 S の要素であることを $x\in S$ と表す．

$x\in C$ は $x\in A\cap B$ であるための **イ** ．

$x\in A\cap\overline{C}$ は $x\in A$ であるための **ウ** ．

$x\in A\cup B$ は「$x\in A\cap\overline{C}$ または $x\in B$」であるための **エ** ．

$x\in A\cup B$ は「$x\in A$ または $x\in B\cap\overline{C}$」であるための **オ** ．

イ ～ **オ** に当てはまるものを，下の⓪～③のうちから一つずつ選べ．ただし，同じものを繰り返し選んでもよい．

⓪　必要十分条件である　　①　必要条件であるが，十分条件でない

②　十分条件であるが，必要条件でない　　③　必要条件でも十分条件でもない

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講　数と式，データの分析，論理と集合

【CHECK & UP】

1　(1)　$2(x-1)^2<3$ より

$(x-1)^2<\dfrac{3}{2}$　　$-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}<x-1<\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

ゆえに　$\boldsymbol{\dfrac{2-\sqrt{6}}{2}<x<\dfrac{2+\sqrt{6}}{2}}$

> 展開して解の公式を使って解いた人もいると思う．何の考えもなしに展開するのは避け，形の特徴をつかむ訓練を．

(2)　$-1<x^2-6x+7$　より　$x^2-6x+8>0$　　$(x-2)(x-4)>0$

ゆえに　$x<2$，$4<x$　……①

$x^2-6x+7\leqq 0$　より　$3-\sqrt{2}\leqq x\leqq 3+\sqrt{2}$　……②

①と②の共通部分をとって

$\boldsymbol{3-\sqrt{2}\leqq x<2,\ 4<x\leqq 3+\sqrt{2}}$

2　(1)　$|x-\alpha|<3$　より　$-3<x-\alpha<3$

ゆえに　$\boldsymbol{\alpha-3<x<\alpha+3}$

> $\alpha>0$ のとき
> $|x|=\alpha \iff x=-\alpha,\ \alpha$
> $|x|<\alpha \iff -\alpha<x<\alpha$
> $|x|>\alpha \iff x<-\alpha,\ \alpha<x$

(2)　$x<\dfrac{4}{3}$ のとき

$-(3x-4)=-2(x-1)^2+7$

$2x^2-7x-1=0$　　よって　$x=\dfrac{7\pm\sqrt{49+8}}{4}=\dfrac{7\pm\sqrt{57}}{4}$

$x<\dfrac{4}{3}$ より　$x=\dfrac{7-\sqrt{57}}{4}$

$x\geqq\dfrac{4}{3}$ のとき

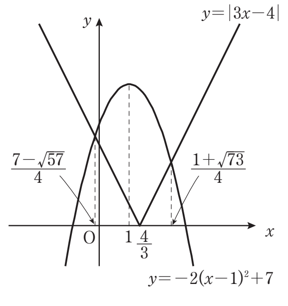
$3x-4=-2(x-1)^2+7$

$2x^2-x-9=0$　　よって　$x=\dfrac{1\pm\sqrt{1+72}}{4}=\dfrac{1\pm\sqrt{73}}{4}$

$x\geqq\dfrac{4}{3}$ より　$x=\dfrac{1+\sqrt{73}}{4}$

以上より，求める解は　$\boldsymbol{x=\dfrac{7-\sqrt{57}}{4},\ \dfrac{1+\sqrt{73}}{4}}$

> 絶対値の場合分けの際に設定した範囲に解が含まれているか検証が必要．
> ちなみに今回の問題の場合は
> $y=|3x-4|$ と
> $y=-2(x-1)^2+7$ のグラフの交点を考えることで出すこともできる．



3　(1)　$|x|=2$　より　$x=-2,\ 2$　　$x^2-4x+4=0$　より　$x=2$

よって，十分性は偽（反例は $x=-2$），必要性は明らかに真　　ゆえに　**②**

(2)　$f(x)=x^2-ax-b$ とおくと，2 次方程式 $x^2-ax-b=0$ が正と負の解をもつことは，$f(0)<0$　つまり　$-b<0$ より $b>0$ であることと同値である．　ゆえに　**①**

(3)　$ab>a+b$ より　$ab-a-b>0$

$(a-1)(b-1)-1>0$

よって　$(a-1)(b-1)>1$

> 「整数問題」によく見られる変形．形の特徴を覚えておこう．

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

十分性について，$a>2$，$b>2$ のとき　$a-1>1$，$b-1>1$

よって　$(a-1)(b-1)>1$ より真.

必要性については偽（反例は $a=-1$，$b=-1$）

ゆえに　③

(4)　x，y が実数のとき $x^3=y^3$ は $x=y$ と同値である.

十分性については偽（反例は $x=1$，$y=-1$）

必要性については明らかに真.　　ゆえに　②

> 必要性については，「反例の作りようがない」ということがわかる．また，十分性については「積極的に」反例を作りにいった．特に正負・大小関係の反例は「マイナス」に多く見られる．

(5)　$2x^2-4x+1<0$ より　$\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}<x<\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$

また，$f(x)=2x^2-4x+1$ のグラフは右の通り.

$(x-3)(x-2)(x+2)>0$ の解は

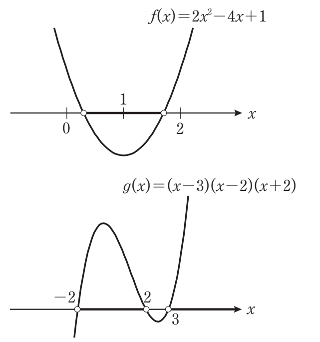
$g(x)=(x-3)(x-2)(x+2)$ のグラフより

$-2<x<2$，$3<x$

よって２つのグラフより十分性は明らかに真であり，

必要性は偽（反例は $x=-1$）である.

ゆえに　③



> このように数Ⅱの知識を利用しグラフで包含関係を視覚化すると楽になる問題もある.

(6)　十分性は明らかに真.

必要性「$m+n$ と mn がともに５の倍数であるならば m と n がともに５の倍数である」について調べる.

m，n が自然数であり，その積 mn が５の倍数であるならば

m，n の少なくとも片方は５の倍数である.

ここで m，n の一方が５の倍数，もう一方が５の倍数でないとすると

$m+n$ は５の倍数ではなくなり矛盾する．よって，m と n はともに５の倍数であり，

必要性は真である.

ゆえに　①

4　(1)　９人の点数を小さい順に並べると 3，4，5，5，5，6，7，9，10

よって，中央値は　**5 点**

第１四分位数は $\dfrac{4+5}{2}=\mathbf{4.5}$（点）

第３四分位数は $\dfrac{7+9}{2}=\mathbf{8}$（点）

平均値は

$$\frac{1}{9}(3+4+5+5+5+6+7+9+10)=\frac{1}{9}\cdot54=\mathbf{6}\text{（点）}$$

> データを小さい順に左から並べたとき，データの個数が
> 　奇数 → 中央値はちょうど中央にある値
> 　偶数 → 中央値は中央の２つの値の「平均」　である.
> そのデータを，中央値を「含まず」に左右２つに分けたとき，
> 　第１四分位数は，左半分のデータの中央値
> 　第３四分位数は，右半分のデータの中央値　　である.

(2)　求める生徒の点数を x 点とすると，$x+54=6.2\times10$ より

$x=8$　　よって　8 点

> 平均値＝$\dfrac{総和}{個数}$
> ⇔ 総和＝平均値×個数

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

9 人の点数を小さい順に並べると 3，4，5，5，5，6，7，8，9，10

中央値は $\dfrac{5+6}{2}=$ **5.5**（点）　第 1 四分位数は **5** 点　第 3 四分位数は **8** 点

(3) 分散は(偏差)^2 の平均値である.

よって右表より **4.56**

（別解）

10 人の点数をそれぞれ 2 乗したものの和は

$9+16+25+25+25+36+49+64+81+100=430$ より

その平均は $430\div10=43.0$

よって求める分散は $43.0-6.2^2=43.0-38.44=4.56$

	点数	偏差	(偏差)^2
	3	−3.2	10.24
	4	−2.2	4.84
	5	−1.2	1.44
	5	−1.2	1.44
	5	−1.2	1.44
	6	−0.2	0.04
	7	0.8	0.64
	8	1.8	3.24
	9	2.8	7.84
	10	3.8	14.44
合計	62.0		45.6
平均	6.2		4.56

> 各データの値 x と，平均値 $\overline{x}$ の差 $x-\overline{x}$ を「偏差」という．この偏差の値を２乗したものは正であり，そのデータが平均値と離れれば離れるほど大きくなる．この(偏差)^2 の平均値が「分散」である．
> また分散は，公式（x の分散）＝（x^2 の平均値）－（x の平均値）^{2} を用いて求めることができる．平均値が整数でない場合，偏差や(偏差)^2 の計算に時間がかかるため，この公式が有用である．
> また，$\sqrt{\text{分散}}$ の値を「標準偏差」という．

5 (1) $(x,\ y)=(-12,\ 5)$ のとき $z=17$　よって $(x,\ z)=(-12,\ 17)$

よって①か②に限られる.

また，②において $(x,\ z)=(15,\ 16)$ のとき，$y=31$

これはもとの図には存在しない.

したがって適切なものは①である.

(2) (1)の①の図より，右下がりに分布しているので負の相関があるといえ，また最低気温が低い月ほど寒暖の差が大きいといえる.　よって ③

> ２つ変量 x, y の相関関係を，その値の組を座標 (x, y) とする座標平面に表したものを「散布図（相関図）」という．散布図を選ぶ問題では，特殊な点（データの値が大きい（小さい）など）に注目するとよい．
> またその図のイメージについて
> 　右上がりの直線 →「正の相関（関係）」がある　　右下がりの直線 →「負の相関（関係）」がある
> 　どちらともいえない →「相関関係がない」
> といえる．「相関係数」については講義問題にて．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

【講義問題　解答例】 ※記述式における模範解答ではありません．授業を補完するものです．

1　(1)　$|2x+1|\leqq 3$ より　$-3\leqq 2x+1\leqq 3$　$-4\leqq 2x\leqq 2$　　ゆえに $\mathbf{-2\leqq x\leqq 1}$

(2)　$|2x+1|\leqq a$ より　$-a\leqq 2x+1\leqq a$　　$-1-a\leqq 2x\leqq -1+a$

ゆえに $\dfrac{\mathbf{-1-a}}{\mathbf{2}}\leqq x\leqq \dfrac{-1+a}{2}$

(3)　(2)より，$-\dfrac{1}{2}+\left(-\dfrac{1}{2}\right)a\leqq x\leqq -\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}a$

$a=3$ のとき(1)より $N=\mathbf{4}$

a が自然数であることより，これ以降 a が 2 増加するごとに N は 2 増加する．

N が初めて 4 より大きくなる，すなわち 6 になるのは $a=3+2=\mathbf{5}$ のときである．

2　［1］(1)　Ⅰ班の数学の得点の平均点は

$\dfrac{40+63+59+35+43}{5}=\dfrac{240}{5}=\mathbf{48.0}$（点）

クラス全体の数学の得点の合計について

$240+\mathrm{A}+51+57+32+34=45.0\times 10$　より $\mathrm{A}=\mathbf{36}$（点）

(2)　英語の得点を，B を除いて小さい順に並べると

36，43，46，48，50，55，64，65，71

である．よって英語の得点の中央値 M について

$\mathrm{B}\leqq 48$ のとき　　$M=\dfrac{48+50}{2}=49$

$49\leqq B\leqq 54$ のとき　　$M=\dfrac{\mathrm{B}+50}{2}=$（6 通り）

$\mathrm{B}\geqq 55$ のとき $\dfrac{50+55}{2}=52.5$　　以上より M の値は $1+6+1=\mathbf{8}$（通り）

$\mathrm{C}=54.0$ のとき　クラス全体英語の得点の合計について

$43+55+\mathrm{B}+64+36+48+46+71+65+50=54.0\times 10$　より　$\mathrm{B}=\mathbf{62}$（点）

このとき $M=\mathbf{52.5}$（点）

［2］(1)　x の平均 $\overline{x}$ について　　$\overline{x}=\dfrac{3+4+5+4+4}{5}=4$

よって x の分散 $s_x{}^2$ は

$s_x{}^2=\dfrac{(3-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2}{5}=\dfrac{2}{5}=\mathbf{0.4}$

(2)　y の平均 $\overline{y}$ について　　$\overline{y}=\dfrac{7+9+10+8+6}{5}=8$

変量 t を $t=y-a$ で定めると，t の平均 $\overline{t}$ は $\overline{y}$ より a だけ小さくなる．

よって，$\overline{t}=0$ となるのは　$a=8$ のときである．

(3)　y の分散 $s_y{}^2$ について

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$$s_y^2=\frac{(7-8)^2+(9-8)^2+(10-8)^2+(8-8)^2+(6-8)^2}{5}=2$$

変量 u を $u=by(b>0)$ で定めると，u の分散 ${s_u}^2$ について ${s_u}^2=b^2{s_y}^2$ が成り立つ.

よって，${s_u}^2={s_x}^2$ となるのは　$\frac{2}{5}=b^2\cdot 2$　より　$b^2=\frac{1}{5}$

$b>0$ より　$b=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$ のときである。

(4)　変量 x と変量 y の共分散 s_{xy} について

$$s_{xy}=\frac{(-1)\cdot(-1)+0\cdot 1+1\cdot 2+0\cdot 0+0\cdot(-2)}{5}=\frac{3}{5}$$

よって，x と y の相関関数 $r=\frac{s_{xy}}{s_x s_y}$ について

$$r^2=\frac{{s_{xy}}^2}{{s_x}^2{s_y}^2}=\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^2}{\frac{2}{5}\cdot 2}=\frac{9}{20}=\mathbf{0.45}$$

また，変量 x と変量 $u=\frac{\sqrt{5}}{5}y$ の共分散 s_{xu} について　$s_{xu}=\frac{\sqrt{5}}{5}s_{xy}$　より

したがって，x と u の相関係数　$r'=\frac{s_{xu}}{s_x s_u}$　について

$$(r')^2=\frac{{s_{xu}}^2}{{s_x}^2{s_u}^2}=\frac{\left(\frac{\sqrt{5}}{5}s_{xy}\right)^2}{{s_x}^2\cdot\left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2{s_y}^2}=\frac{{s_{xy}}^2}{{s_x}^2{s_y}^2}=r^2=\mathbf{0.45}$$

3　自然数 n に関して

条件 p：n は 5 で割ると 1 余る数（$n=1$，6，11，16，21，……）

条件 q：n は 10 で割ると 1 余る数（$n=1$，11，21，31，41，……）

条件 r：n は奇数（$n=1$，3，5，7，9，……）

条件 s：n は 2 より大きい素数（$n=3$，5，7，11，13，……）

「p かつ r」は p を満たす n のうち奇数を取り出したもの（$n=1$，11，21，31，41，……）

数字の規則性（10 ずつ増加）より，これは q と同値である.

よって，「p かつ r」は q であるための必要十分条件　　ゆえに　⓪

条件 s は，n は「2 より大きい素数」であり，これらはすべて「奇数」である.

よって，s ならば r は明らかに真．つまり $\overline{r}$ ならば $\overline{s}$ が真.

また，r ならば s は偽（反例：$n=1$）．つまり $\overline{s}$ ならば $\overline{r}$ は偽.

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ゆえに，$\overline{r}$ は $\overline{s}$ であるための十分条件　　ゆえに　②

「p かつ s」は p を満たす n のうち素数を取り出したもの.

つまり p を満たす n のうち偶数が除かれ，さらに素数だけ取り出したもの.

上の結果より，すなわち「q かつ s」と同値である.

ゆえに「p かつ s」は「q かつ s」であるための必要十分条件　　ゆえに　⓪

④～⑦の集合図において，P と R の関係に注目するとすべて同じ（p は r の必要条件でも十分条件でもない）.

また，上の結果より s は r であるための十分条件であることより，S は R に含まれる.

よって，⑤か⑥に限られる.

さらに，p と s には共通部分が少なくとも1つ（$n=11$）存在するので，

P，R，S の関係を表す図は⑤である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第３講　数と式・方程式・不等式，データの分析，論理と集合

1

(1) $|2x-3|=5$ より $2x-3=\pm 5$

$2x-3=5$ より $x=4$　　$2x-3=-5$ より $x=-1$

よって，$x=\mathbf{-1,\ 4}$

(2) $\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<\sqrt{6}$ より $-\sqrt{6}<x-\dfrac{3}{2}<\sqrt{6}$　　$\dfrac{3}{2}-\sqrt{6}<x<\dfrac{3}{2}+\sqrt{6}$

よって $\dfrac{3-2\sqrt{6}}{2}<x<\dfrac{3+2\sqrt{6}}{2}$

ここで，$2\sqrt{6}=\sqrt{24}$ より $4<2\sqrt{6}<5$　　$7<3+2\sqrt{6}<8$

よって $\dfrac{7}{2}<\dfrac{3+2\sqrt{6}}{2}<4$

また，$-5<-2\sqrt{6}<-4$ より $-2<3-2\sqrt{6}<-1$

よって $-1<\dfrac{3-2\sqrt{6}}{2}<-\dfrac{1}{2}$

したがって，題意の式を満たす整数 x の個数は，$x=0,\ 1,\ 2,\ 3$ の **4** 個

(3) $\left|x-\dfrac{3}{2}\right|<n$ より $-n<x-\dfrac{3}{2}<n$　　$\dfrac{3}{2}-n<x<\dfrac{3}{2}+n$　これを満たす整数 x の個数が 6 になる自然数 n は $n=\mathbf{3}$

2

(1) 7 人のタイムを $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ x_5,\ x_6,\ x_7$ とし，

$x_1=12.5,\ x_2=12.0,\ x_3=14.0,\ x_4=13.5,$

$y_n=x_n-14.0$　$(n=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7)$ とする．

B 組の 3 人のタイム $x_5,\ x_6,\ x_7$ の平均値が 14.0 であることより

$y_5,\ y_6,\ y_7$ の平均値は $14.0-14.0=0$ である．

よって $y_5+y_6+y_7=0\times 3=0$　……①

したがって変量 y の平均値 $\overline{y}$ は

$$\overline{y}=\frac{y_1+y_2+y_3+y_4+y_5+y_6+y_7}{7}=\frac{(x_1-14.0)+(x_2-14.0)+(x_3-14.0)+(x_4-14.0)}{7}$$

$$=\frac{-1.5-2+0-0.5}{7}=-\frac{4}{7}=\mathbf{-0.57}\ (秒)$$

変量 x の平均値 $\overline{x}$ は　$\overline{x}=\overline{y}+14.0=\mathbf{13.43}$（秒）

また，$x_5,\ x_6,\ x_7$ の分散が 1.50 であることより

$$\frac{(x_5-14.0)^2+(x_6-14.0)^2+(x_7-14.0)^2}{3}=1.50$$

つまり $\dfrac{{y_5}^2+{y_6}^2+{y_7}^2}{3}=1.50$ より ${y_5}^2+{y_6}^2+{y_7}^2=4.50$　……②

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

したがって，変量 y の分散 $s_y{}^2$ は，公式（y の分散）＝（y^2 の平均値）－（y の平均値）^{2}
を用いて

$$s_y{}^2=\frac{y_1{}^2+y_2{}^2+y_3{}^2+y_4{}^2+y_5{}^2+y_6{}^2+y_7{}^2}{7}-\overline{y}^2$$

$$=\frac{(-1.5)^2+(-2)^2+0^2+(-0.5)^2+y_5{}^2+y_6{}^2+y_7{}^2}{7}-\left(-\frac{4}{7}\right)^2$$

$$=\frac{2.25+4+0.25+4.50}{7}-\frac{16}{49}$$

$$=\frac{11}{7}-\frac{16}{49}=\frac{61}{49}=\mathbf{1.24}$$

変量 x の分散 $s_x{}^2$ について，$x_n=1\cdot y_n+14.0$　より　　$s_x{}^2=1^2\cdot s_y{}^2=\mathbf{1.24}$

(2)　$x_5=14.0$，$x_6<x_7$ とすると，$y_5=0$，$y_6<y_7$

①より　$y_6+y_7=0$　　②より　$y_6{}^2+y_7{}^2=4.50$

これらより　　$y_6=-1.5$，$y_7=1.5$　　したがって，$x_6=\mathbf{12.5}$，$x_7=\mathbf{15.5}$

また，3 人の体重を変量 z で表すと

z の平均は　$\overline{z}=\dfrac{57.0+54.0+60.0}{3}=57.0$

z の分散は　$s_z{}^2=\dfrac{0^2+(-3)^2+3^2}{3}=6$

x の分散は　$s_x{}^2=1.50$

x と z の共分散は $s_{xz}=\dfrac{-1.5\times0+0\cdot(-3)+1.5\cdot3}{3}=1.5$　より

求める相関係数は　$\dfrac{s_{xz}}{s_xs_z}=\dfrac{1.5}{\sqrt{1.50}\sqrt{6}}=\mathbf{0.50}$

3　$A=\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ \cdots\}$　　$B=\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ \cdots\}$　　$C=\{4,\ 8,\ 12,\ 16,\ 20,\ \cdots\}$

(1)　C は A に含まれ，B には含まれない．よって①，③は選択肢から消える．

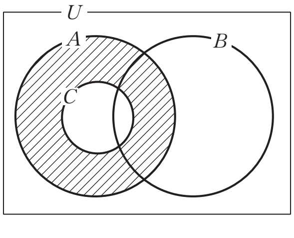
さらに，C と B には共通部分がある．よって，A，B，C を表す関係図は　**⓪**

(2)　以下，関係図⓪を元に考える．

C と $A\cap B$ には要素のずれがある．よって，イは必要条件でも十分条件でもない．

したがって　**③**

$A\cap\overline{C}$ は右図斜線部分．



よって　$x\in A\cap\overline{C}\implies x\in A$　は真．

また，A の要素で斜線部分に入っていないものがあるので

$x\in A\cap\overline{C}\impliedby x\in A$　は偽．

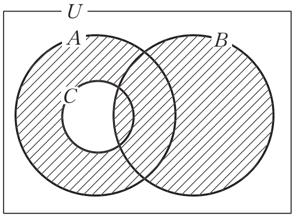
ゆえに，ウは十分条件であるが必要条件ではない．

したがって　**②**

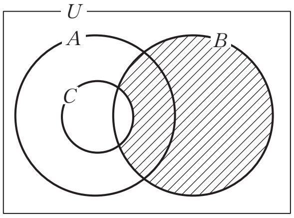
©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

$x \in A \cap \overline{C}$ または $x \in B$ は右図斜線部分.
よって,「$x \in A \cap \overline{C}$ または $x \in B$」は $A \cup B$ に含まれるが逆は成り立たない.
ゆえに, エは必要条件であるが十分条件ではない.
したがって　①



$x \in B \cap \overline{C}$ は右図斜線部分.
よって,「$x \in A$ または $x \in B \cap \overline{C}$」は $A \cup B$ と同値.
ゆえに, オは必要十分条件である.
したがって　⓪



ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。